Sayısal Türev

Temel Kavramlar

Prof. Dr. Erhan Coşkun

Karadeniz Teknik Üniversitesi

Eylül, 2014

Özet

Bu bölümde

- Sayısal türev

Özet

Bu bölümde

- Sayısal türev
- Çeşitli sayısal türev yaklaşımları,

Özet

Bu bölümde

- Sayısal türev
- Çeşitli sayısal türev yaklaşımları,
- Yüksek basamaktan yaklaşımlar ve

Özet

Bu bölümde

- Sayısal türev
- Çeşitli sayısal türev yaklaşımları,
- Yüksek basamaktan yaklaşımlar ve
- oluşan yaklaşım hatalarını inceliyoruz.

- Sayısal türev nedir?

- Sayısal türev nedir?

Tanım

Bir f fonksiyonunun tanım kümesinde bulunan bir t_i noktasındaki sayısal türevi, t_i noktası ve/veya komşu noktalardaki fonksiyon değerlerinin lineer bir kombinasyonu olarak ifade edilebilen ve genelde hata içeren bir türev yaklaşımıdır.

- Sayısal türev nedir?

Tanım

Bir f fonksiyonunun tanım kümesinde bulunan bir t_i noktasındaki sayısal türevi, t_i noktası ve/veya komşu noktalardaki fonksiyon değerlerinin lineer bir kombinasyonu olarak ifade edilebilen ve genelde hata içeren bir türev yaklaşımıdır.

- Bir yöntemi diğerlerinden ayıran özellik, yöntemin

- Sayısal türev nedir?

Tanım

Bir f fonksiyonunun tanım kümesinde bulunan bir t_i noktasındaki sayısal türevi, t_i noktası ve/veya komşu noktalardaki fonksiyon değerlerinin lineer bir kombinasyonu olarak ifade edilebilen ve genelde hata içeren bir türev yaklaşımıdır.

- Bir yöntemi diğerlerinden ayıran özellik, yöntemin
  - hatası ve

- Sayısal türev nedir?

Tanım

Bir f fonksiyonunun tanım kümesinde bulunan bir t_i noktasındaki sayısal türevi, t_i noktası ve/veya komşu noktalardaki fonksiyon değerlerinin lineer bir kombinasyonu olarak ifade edilebilen ve genelde hata içeren bir türev yaklaşımıdır.

- Bir yöntemi diğerlerinden ayıran özellik, yöntemin
  - hatası ve
  - hesaplanması gereken fonksiyon değer sayısıdır.

Birinci basamaktan türev için yaklaşımlar

- $$\begin{aligned} f\prime(t) &= lim_{h\to 0}(f(t+h)-f(t))/h \\ &= lim_{h\to 0}(f(t)-f(t-h))/h \\ &= lim_{h\to 0}(f(t+h)-f(t-h))/2h \end{aligned}$$

Birinci basamaktan türev için yaklaşımlar

- $$\begin{aligned} f\prime(t) &= lim_{h\to 0}(f(t+h)-f(t))/h \\ &= lim_{h\to 0}(f(t)-f(t-h))/h \\ &= lim_{h\to 0}(f(t+h)-f(t-h))/2h \end{aligned}$$

- h nın yeterince küçük ve pozitif değeri için

$$\begin{aligned} f'(t) &\cong (f(t+h)-f(t))/h \text{ (ileri fark)} \\ &\cong (f(t)-f(t-h))/h \text{ (geri fark)} \\ &\cong (f(t+h)-f(t-h))/2h \text{ (merkezi fark)} \end{aligned}$$

Sayısal türev

- ->

Sayısal türev

- ->

Örnek (1)

$f(t) = at + b$ fonksiyonunun t_0 noktasındaki birinci basamaktan sayısal türevini h adım uzunluğu ile ileri fark yöntemi yardımıyla hesaplayayınız

Sayısal türev

- ->

Örnek (1)

$f(t) = at + b$ fonksiyonunun t_0 noktasındaki birinci basamaktan sayısal türevini h adım uzunluğu ile ileri fark yöntemi yardımıyla hesaplayayınız

- $$\begin{aligned} D_i(f, t_0, h) &= (f(t_0 + h) - f(t_0))/h \\ &= (a(t_0 + h) + b - a(t_0) - b)/h = a \end{aligned}$$

Sayısal türev

- ->

- ->

Örnek (2)

$f(t) = at^2$ fonksiyonunun t_0 noktasındaki birinci basamaktan sayısal türevini h adım uzunluğu ile ileri fark, geri fark ve merkezi fark yöntemi yardımıyla hesaplayınız.

Sayısal türev

- ->

Örnek (2)

$f(t) = at^2$ *fonksiyonunun* t_0 *noktasındaki birinci basamaktan sayısal türevini h adım uzunluğu ile ileri fark, geri fark ve merkezi fark yöntemi yardımıyla hesaplayınız.*

- İleri fark yöntemi ile

$$
\begin{aligned}
D_i(f, t_0, h) &= (f(t_0 + h) - f(t_0))/h \\
&= (a(t_0 + h)^2 - a(t_0)^2)/h = a(h + 2t_0),
\end{aligned}
$$

- ->

Örnek (2)

$f(t) = at^2$ fonksiyonunun t_0 noktasındaki birinci basamaktan sayısal türevini h adım uzunluğu ile ileri fark, geri fark ve merkezi fark yöntemi yardımıyla hesaplayınız.

- İleri fark yöntemi ile

$$\begin{aligned} D_i(f, t_0, h) &= (f(t_0 + h) - f(t_0))/h \\ &= (a(t_0 + h)^2 - a(t_0)^2)/h = a(h + 2t_0), \end{aligned}$$

- geri fark yöntemiyle

$$\begin{aligned} D_g(f, t_0, h) &= (f(t_0) - f(t_0 - h))/h \\ &= (a(t_0)^2 - a(t_0 - h)^2)/h = a(-h + 2t_0) \end{aligned}$$

Sayısal türev

- merkezi fark yöntemiyle ise

$$
\begin{aligned}
D_m(f, t_0, h) &= (f(t_0+h) - f(t_0-h))/2h \\
&= (a(t_0+h)\hat{\ }2 - a(t_0-h)^2)/2h \\
&= 2at_0
\end{aligned}
$$

elde ederiz.

Sayısal türev

Örnek (3)

$f(t) = t^3$ fonksiyonunun $t = 1$ noktasındaki türevinde oluşan hatayı $h = 0.2$ ve $h = 0.1$ adım uzunlukları için

- *ileri fark*
- *geri fark*
- *merkezi fark yöntemi yardımıyla hesaplayınız.*

- İleri fark yöntemi ile türev

$$\begin{aligned} D_i(f,1,h) &= (f(1+h)-f(1))/h \\ &= ((1+h)^3-(1)^3)/h \\ &= h^2+3h+3 \end{aligned}$$

olup, hata

$$f'(1)-D_i(f,1,h) = -(h^2+3h)$$

olarak elde edilir. $h = 0.2$ için hata değeri -0.64 olarak bulunur. $h = 0.1$ için ise hata değeri -0.31 olarak elde edilir. Bu değerin $h = 0.2$ için elde edilen hatanın yaklaşık olarak yarısı kadar olduğuna dikkat edelim.

- Geri fark yöntemi ile türev

$$\begin{aligned} D_g(f,1,h) &= (f(1) - f(1-h))/h \\ &= ((1)^3 - (1-h)^3)/h \\ &= h^2 - 3h + 3 \end{aligned}$$

olup, hata

$$f'(1) - D_g(f,1,h) = -h^2 + 3h$$

olarak elde edilir. $h = 0.2$ için hata değeri 0.56 olarak bulunur. $h = 0.1$ için ise hata değeri 0.29 olarak elde edilir. Bir önceki şıkta olduğu gibi bu değer, $h = 0.2$ için elde edilen hatanın yaklaşık olarak yarısı kadardır.

- Merkezi fark yöntemi ile türev

$$\begin{aligned} D_m(f,1,h) &= (f(1+h)-f(1-h))/2h \\ &= ((1+h)^3-(1-h)^3)/2h \\ &= h^2+3 \end{aligned}$$

olup, hata

$$f'(1)-D_m(f,1,h) = -h^2$$

elde edilir. $h=0.2$ için hata değeri -0.04 olarak bulunur. $h=0.1$ için ise hata değeri -0.01 olarak elde edilir. İlk şıklarda elde edilen sonuçların aksine bu değer $h=0.2$ için elde edilen hatanın dörtte biri kadardır.

Sayısal türev

- Özetle burada sunulan örnekler ve benzer diğer örnekler sonucunda

Sayısal türev

- Özetle burada sunulan örnekler ve benzer diğer örnekler sonucunda
- Merkezi fark yaklaşımında oluşan hatanın mutlak değerce diğer yaklaşım hatalarından daha küçük olduğunu,

- Özetle burada sunulan örnekler ve benzer diğer örnekler sonucunda
- Merkezi fark yaklaşımında oluşan hatanın mutlak değerce diğer yaklaşım hatalarından daha küçük olduğunu,
- İleri fark ve geri fark yaklaşımlarında oluşan hataların mutlak değerce birbirlerine yakın olduklarını,

- Özetle burada sunulan örnekler ve benzer diğer örnekler sonucunda
- Merkezi fark yaklaşımında oluşan hatanın mutlak değerce diğer yaklaşım hatalarından daha küçük olduğunu,
- İleri fark ve geri fark yaklaşımlarında oluşan hataların mutlak değerce birbirlerine yakın olduklarını,
- Adım uzunluğunun $h = 0.2$ den $h = 0.1$ 'e yani yarısına düşürülmesiyle, ileri fark ve geri fark yaklaşım hatalarının da yaklaşık olarak yarıya indirgendiğini,

- Özetle burada sunulan örnekler ve benzer diğer örnekler sonucunda
- Merkezi fark yaklaşımında oluşan hatanın mutlak değerce diğer yaklaşım hatalarından daha küçük olduğunu,
- İleri fark ve geri fark yaklaşımlarında oluşan hataların mutlak değerce birbirlerine yakın olduklarını,
- Adım uzunluğunun $h = 0.2$ den $h = 0.1$ 'e yani yarısına düşürülmesiyle, ileri fark ve geri fark yaklaşım hatalarının da yaklaşık olarak yarıya indirgendiğini,
- Merkezi fark formülünde ise adım uzunluğunun yarıya düşürülmesiyle hatanın yaklaşık olarak 4 kat azaldığını gözlemliyoruz.

O(Büyük O) notasyonu

- $t = a$ noktası komşuluğunda tanımlı f ve g fonksiyonları için eğer $\lim_{t\to a}\,(f(t))/(g(t)) = sabit \neq 0$ ise bu taktirde $f(t)$ fonksiyonuna, $t = a$ noktası komşuluğunda $g - inci$ mertebedendir denir. Bu durum $f(t) \cong O(g(t)), t \to a$ gösterimi ile ifade edilir ve $f(t)$ büyük o $g(t)$ diye okunur ve bu durumda $f(t)\tilde{}g(t), t \to a$ notasyonu da kullanılır.

- $t = a$ noktası komşuluğunda tanımlı f ve g fonksiyonları için eğer $\lim_{t \to a} (f(t))/(g(t)) = sabit \neq 0$ ise bu taktirde $f(t)$ fonksiyonuna, $t = a$ noktası komşuluğunda $g - inci$ mertebedendir denir. Bu durum $f(t) \cong O(g(t)), t \to a$ gösterimi ile ifade edilir ve $f(t)$ büyük o $g(t)$ diye okunur ve bu durumda $f(t)\tilde{}g(t), t \to a$ notasyonu da kullanılır.
- Yukarıdaki tanımda $a = \infty$ olması durumunda, bu noktanın komşuluğu olarak yeterince büyük $c > 0$ için (c, ∞) aralığı alınır.

O(Büyük O) notasyonu

- $sin(t) \cong O(t), t \rightarrow 0$ dır, çünkü $\lim_{t\rightarrow 0}(sin(t))/t = 1 \neq 0$ dır. Bu durumda $t = 0$ noktası komşuluğunda $sin(t)$ fonksiyonu t fonksiyonu ile benzer davranış gösterir, o halde bu nokta komşuluğunda $sin(t)\tilde{}t$ alınabilir.

O(Büyük O) notasyonu

- $sin(t) \cong O(t), t \to 0$ dır, çünkü $\lim_{t\to 0}(sin(t))/t = 1 \neq 0$ dır. Bu durumda $t = 0$ noktası komşuluğunda $sin(t)$ fonksiyonu t fonksiyonu ile benzer davranış gösterir, o halde bu nokta komşuluğunda $sin(t)\tilde{}t$ alınabilir.
- $3t^2 + 3t + 1 \cong O(t^2), t \to \infty$ çünkü $lim_{t\to\infty}((3t^2 + 3t + 1))/t^2 = 3 \neq 0$ dir. O halde yeterince büyük t ler için $3t^2 + 3t + 1\tilde{}t^2$ alınabilir.

O(Büyük O) notasyonu

- $sin(t) \cong O(t), t \to 0$ dır, çünkü $\lim_{t\to 0}(sin(t))/t = 1 \neq 0$ dır. Bu durumda $t = 0$ noktası komşuluğunda $sin(t)$ fonksiyonu t fonksiyonu ile benzer davranış gösterir, o halde bu nokta komşuluğunda $sin(t)\tilde{}t$ alınabilir.
- $$3t^2 + 3t + 1 \cong O(t^2), t \to \infty \text{ çünkü } lim_{t\to\infty}((3t^2 + 3t + 1))/t^2 = 3 \neq 0$$ dir. O halde yeterince büyük t ler için $3t^2 + 3t + 1\tilde{}t^2$ alınabilir.
- $$\begin{aligned} sinh(t) &= 1/2(e^t - e^{-t}) = 1/2(e^t) - 1/2(e^{-t}) \\ &= 1/2(1 + t + t^2/2! + t^3/3! \ldots) \\ &\quad -1/2(1 - t + t^2/2! - t^3/3! \ldots) \\ &= t + t^3/3! - \ldots \\ &\cong O(t), t \to 0 \end{aligned}$$

O halde $t = 0$ noktasının küçük komşuluğunda $sinh(t)\tilde{}t$ alınabilir.

O(Büyük O) notasyonu

- Benzer biçimde

O(Büyük O) notasyonu

- Benzer biçimde
- $$cos(t) \cong O(1), t \to 0$$

O(Büyük O) notasyonu

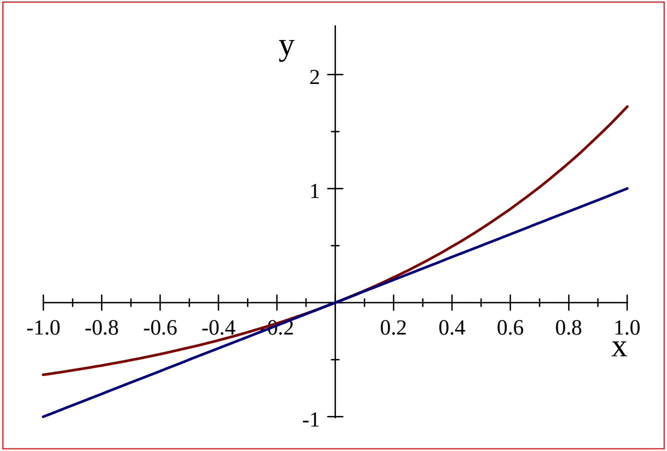
- Benzer biçimde
- $$cos(t) \cong O(1), t \rightarrow 0$$
- $$e^t - 1 \cong O(t), t \rightarrow 0$$

O(Büyük O) notasyonu

- Benzer biçimde
- $$cos(t) \cong O(1), t \longrightarrow 0$$
- $$e^t - 1 \cong O(t), t \longrightarrow 0$$
- $$e^t - 1 \neq O(t), t \longrightarrow \infty$$

Sayısal türev

- Sıfır noktası komşuluğunda $f(t) = e^t - 1$ ve $g(t) = t$ fonksiyonlarının grafikleri aşağıda görülmektedir.



Sıfır noktası komşuluğunda $f(t) = e^t - 1$ ve $g(t) = t$ fonksiyonları

Sayısal türev

- ->

Sayısal türev

- ->

Teorem

$f \in C^2[a,b]$ ve küçük pozitif h sabiti için, t ve $t+h \in (a,b)$ olsun. Bu taktirde

$$f'(t) = (f(t+h) - f(t))/h + O(h)$$

dır.

Sayısal türev

- ->

Teorem

$f \in C^2[a,b]$ ve küçük pozitif h sabiti için, t ve $t+h \in (a,b)$ olsun. Bu taktirde

$$f'(t) = (f(t+h) - f(t))/h + O(h)$$

dır.

- Taylor teoreminden

$$f(t+h) = f(t) + hf'(t) + h^2 f''(c)/2$$

$$f'(t) = (f(t+h) - f(t))/h - hf''(c)$$

$f \in C^2[a,b]$ olduğundan f'' fonksiyonu $[a,b]$ aralığında sınırlıdır ve dolayısıyla $-h/2f''(c) = O(h)$ dır.

Sayısal türev

- Satır fonksiyonu(inline function) olarak tanımlanan bir f fonksiyonunun, verilen bir noktadaki sayısal türevini verilen bir adım uzunluğu ile hesaplayan MATLAB/OCTAVE programı geliştiriniz.

- Satır fonksiyonu(inline function) olarak tanımlanan bir f fonksiyonunun, verilen bir noktadaki sayısal türevini verilen bir adım uzunluğu ile hesaplayan MATLAB/OCTAVE programı geliştiriniz.
- Programımızı sturev olarak adlandıralım:

```
function sonuc=sturev(f,a,h)
ifark=(f(a+h)-f(a))/h;
mfark=(f(a+h)-f(a-h))/(2*h);
gfark=(f(a)-f(a-h))/h;
sonuc=[ifark,mfark,gfark];
end
```

- >> f=inline('x^2') veya >> f=@(x) x^2;

- >> f=inline('x^2') veya >> f=@(x) x^2;
- » sonuc=sturev(f,1,0.1)

  sonuc =

  2.1000 2.0000 1.9000

  elde ederiz.

Aralık üzerinde Sayısal türev

- İleri fark yontemi: $[a, b]$ aralığı üzerinde $y = f(t)$ verilsin.

Aralık üzerinde Sayısal türev

- İleri fark yontemi: $[a, b]$ aralığı üzerinde $y = f(t)$ verilsin.
- $h = (b - a)/n$ için

$$t_i = a + (i - 1)h, i = 1, 2, \cdots, n + 1$$

ve

$$T = [t_1, t_2, \cdots, t_{n+1}]$$

ile

$$f(T) = [f(t_1), f(t_2), \ldots, f(t_{n+1})]$$

tanımlayalım.

Aralık üzerinde Sayısal türev

- T nin ilk n noktasında, yani, $T = [t_1, t_2, ..., t_n]$ noktalarında ileri fark yöntemiyle türev için yaklaşım

$$D_i(f, T, h) = (f(T + h) - f(T))/h$$

olarak tanımlanır.

- T nin ilk n noktasında, yani, $T = [t_1, t_2, ..., t_n]$ noktalarında ileri fark yöntemiyle türev için yaklaşım

$$D_i(f, T, h) = (f(T+h) - f(T))/h$$

olarak tanımlanır.

- T vektöründe ileri fark yöntemiyle sayısal türevde oluşan hata ise

$$\begin{aligned} E(T) &= f'(T) - D_i(f, T, h) \\ &= -h/2f''(C) \\ &= O(h), h \to 0 \\ C &= [c_1, c_2, \ldots, c_n], \end{aligned}$$

$c_i \in (t_i, t_{i+1}), i = 1, 2, \cdots, n$ olarak tahmin edilir.

Aralık üzerinde sayısal türev(geri fark)

- Geri fark yöntemi

Aralık üzerinde sayısal türev(geri fark)

- Geri fark yöntemi
- İlk nokta hariç, $T = [t_2, t_3, ..., t_{n+1}]$ noktalarında geri fark yöntemiyle türev için yaklaşım

$$D_g(f, T, h) = (f(T) - f(T - h))/h$$

Aralık üzerinde sayısal türev(geri fark)

- Geri fark yöntemi
- İlk nokta hariç, $T = [t_2, t_3, ..., t_{n+1}]$ noktalarında geri fark yöntemiyle türev için yaklaşım

$$D_g(f, T, h) = (f(T) - f(T - h))/h$$

- her noktada geri fark yöntemiyle oluşan hata $O(h)$, $h \to 0$ kadardır(Kontrol ediniz!)

Aralık üzerinde sayısal türev(geri fark)

- Geri fark yöntemi
- İlk nokta hariç, $T = [t_2, t_3, ..., t_{n+1}]$ noktalarında geri fark yöntemiyle türev için yaklaşım

$$D_g(f, T, h) = (f(T) - f(T - h))/h$$

- her noktada geri fark yöntemiyle oluşan hata $O(h), h \to 0$ kadardır(Kontrol ediniz!)
- t_i noktasındaki ileri fark yaklaşımının t_{i+1} noktasındaki geri fark yaklaşımına eşit olduğuna dikkat ediniz!

Aralık üzerinde sayısal türev(merkezi fark)

- Merkezi fark yöntemi

- Merkezi fark yöntemi
- Merkezi fark yöntemine göre aralık uç noktaları olan t_1 ve t_{n+1} noktaları arasında kalan $n-1$ noktada, yani $T = [t_2, t_3, ..., t_n]$ noktalarında merkezi fark yöntemiyle türev için yaklaşım

$$D_m(f, T, h) = (f(T+h) - f(T-h))/(2h)$$

Aralık üzerinde sayısal türev(merkezi fark)

- Merkezi fark yöntemi
- Merkezi fark yöntemine göre aralık uç noktaları olan t_1 ve t_{n+1} noktaları arasında kalan $n-1$ noktada, yani $T = [t_2, t_3, ..., t_n]$ noktalarında merkezi fark yöntemiyle türev için yaklaşım

$$D_m(f, T, h) = (f(T+h) - f(T-h))/(2h)$$

- her noktada merkezi fark yöntemiyle oluşan hata $O(h^2), h \to 0$ kadardır(Kontrol ediniz!).

Sayısal türev

- $f(t) = t^3, t \in [-1, 1], h = 0.2$ adım uzunluğu ile belirtilen T noktalarında birinci türev için ileri fark ve merkezi fark yaklaşımı, gerçek türev değeri ve her noktada oluşan hatayı hesaplayarak tablo halinde sunalım.

- $f(t) = t^3, t \in [-1, 1], h = 0.2$ adım uzunluğu ile belirtilen T noktalarında birinci türev için ileri fark ve merkezi fark yaklaşımı, gerçek türev değeri ve her noktada oluşan hatayı hesaplayarak tablo halinde sunalım.
- $$h = (b - a)/n = 2/n = 0.2 \Rightarrow n = 10$$

Sayısal türev

- $f(t) = t^3, t \in [-1, 1], h = 0.2$ adım uzunluğu ile belirtilen T noktalarında birinci türev için ileri fark ve merkezi fark yaklaşımı, gerçek türev değeri ve her noktada oluşan hatayı hesaplayarak tablo halinde sunalım.
- $$h = (b-a)/n = 2/n = 0.2 \Rightarrow n = 10$$
- Bu durumda nokta sayısı ise $n+1 = 11$ adet olup, alt aralık uç noktaları

$$t_i = a + (i-1)h = -1 + (i-1)0.2, i = 1, 2, \cdots, 11$$

.olarak tanımlanır. Uç noktalar vektörü

$$T = [-1, -0.8, -0.6, -0.4, -0.2, 0, 0.2, 0.4, 0.6, 0.8, 1]$$

- ileri fark yöntemi ile yaklaşımlar ilk 10 noktada, merkezi fark yöntemi ile ise ilk ve son nokta dışındaki noktalarda hesaplanmaktadır.

İleri Fark				Merkezi Fark	
T	Türev	Yaklaşım	Hata	Yaklaşım	Hata
-1.0000	3.0000	2.4400	0.5600		
-0.8000	1.9200	1.4800	0.4400	1.9600	-0.0400
-0.6000	1.0800	0.7600	0.3200	1.1200	-0.0400
-0.4000	0.4800	0.2800	0.2000	0.5200	-0.0400
-0.2000	0.1200	0.0400	0.0800	0.1600	-0.0400
0.0000	0.0000	0.0400	0.0400	0.0400	-0.0400
0.2000	0.1200	0.2800	-0.1600	0.1600	-0.0400
0.4000	0.4800	0.7600	-0.2800	0.5200	-0.0400
0.6000	1.0800	1.4800	-0.4000	1.1200	-0.0400
0.8000	1.9200	2.4400	-0.5200	1.9600	-0.0400

Tablo: Verilen Örnek için İleri Fark ve Merkezi Fark yaklaşımları

Sayısal Türev

- Yukarıda belirtilen işlemler aşağıda verilen Program ile gerçekleştirilmiştir.

Sayısal Türev

- Yukarıda belirtilen işlemler aşağıda verilen Program ile gerçekleştirilmiştir.
- function asturev(f,df,a,b,n)

- Yukarıda belirtilen işlemler aşağıda verilen Program ile gerçekleştirilmiştir.
- function asturev(f,df,a,b,n)
- h=(b-a)/n; T=a:h:b;

Sayısal Türev

- Yukarıda belirtilen işlemler aşağıda verilen Program ile gerçekleştirilmiştir.
- function asturev(f,df,a,b,n)
- h=(b-a)/n; T=a:h:b;
- Ti=T(1:n);

Sayısal Türev

- Yukarıda belirtilen işlemler aşağıda verilen Program ile gerçekleştirilmiştir.
- function asturev(f,df,a,b,n)
- h=(b-a)/n; T=a:h:b;
- Ti=T(1:n);
- Tg=T(2:end);

Sayısal Türev

- Yukarıda belirtilen işlemler aşağıda verilen Program ile gerçekleştirilmiştir.
- function asturev(f,df,a,b,n)
- h=(b-a)/n; T=a:h:b;
- Ti=T(1:n);
- Tg=T(2:end);
- Tm=T(2:n);

- Yukarıda belirtilen işlemler aşağıda verilen Program ile gerçekleştirilmiştir.
- function asturev(f,df,a,b,n)
- h=(b-a)/n; T=a:h:b;
- Ti=T(1:n);
- Tg=T(2:end);
- Tm=T(2:n);
- ifark=(f(Ti+h)-f(Ti))/h;

- Yukarıda belirtilen işlemler aşağıda verilen Program ile gerçekleştirilmiştir.
- function asturev(f,df,a,b,n)
- h=(b-a)/n; T=a:h:b;
- Ti=T(1:n);
- Tg=T(2:end);
- Tm=T(2:n);
- ifark=(f(Ti+h)-f(Ti))/h;
- mfark=(f(Tm+h)-f(Tm-h))/(2*h);

Sayısal Türev

- Yukarıda belirtilen işlemler aşağıda verilen Program ile gerçekleştirilmiştir.
- function asturev(f,df,a,b,n)
- h=(b-a)/n; T=a:h:b;
- Ti=T(1:n);
- Tg=T(2:end);
- Tm=T(2:n);
- ifark=(f(Ti+h)-f(Ti))/h;
- mfark=(f(Tm+h)-f(Tm-h))/(2*h);
- gfark=(f(Tg)-f(Tg-h))/h

Sayısal Türev

- Yukarıda belirtilen işlemler aşağıda verilen Program ile gerçekleştirilmiştir.
- function asturev(f,df,a,b,n)
- h=(b-a)/n; T=a:h:b;
- Ti=T(1:n);
- Tg=T(2:end);
- Tm=T(2:n);
- ifark=(f(Ti+h)-f(Ti))/h;
- mfark=(f(Tm+h)-f(Tm-h))/(2*h);
- gfark=(f(Tg)-f(Tg-h))/h
- subplot(3,1,1);

Sayısal Türev

- Yukarıda belirtilen işlemler aşağıda verilen Program ile gerçekleştirilmiştir.
- function asturev(f,df,a,b,n)
- h=(b-a)/n; T=a:h:b;
- Ti=T(1:n);
- Tg=T(2:end);
- Tm=T(2:n);
- ifark=(f(Ti+h)-f(Ti))/h;
- mfark=(f(Tm+h)-f(Tm-h))/(2*h);
- gfark=(f(Tg)-f(Tg-h))/h
- subplot(3,1,1);
- plot(Ti,ifark,'-o');hold on; plot(T,df(T),'-r','linewidth',2);

Sayısal Türev

- Yukarıda belirtilen işlemler aşağıda verilen Program ile gerçekleştirilmiştir.
- function asturev(f,df,a,b,n)
- h=(b-a)/n; T=a:h:b;
- Ti=T(1:n);
- Tg=T(2:end);
- Tm=T(2:n);
- ifark=(f(Ti+h)-f(Ti))/h;
- mfark=(f(Tm+h)-f(Tm-h))/(2*h);
- gfark=(f(Tg)-f(Tg-h))/h
- subplot(3,1,1);
- plot(Ti,ifark,'-o');hold on; plot(T,df(T),'-r','linewidth',2);
- subplot(3,1,2);

- Yukarıda belirtilen işlemler aşağıda verilen Program ile gerçekleştirilmiştir.
- function asturev(f,df,a,b,n)
- h=(b-a)/n; T=a:h:b;
- Ti=T(1:n);
- Tg=T(2:end);
- Tm=T(2:n);
- ifark=(f(Ti+h)-f(Ti))/h;
- mfark=(f(Tm+h)-f(Tm-h))/(2*h);
- gfark=(f(Tg)-f(Tg-h))/h
- subplot(3,1,1);
- plot(Ti,ifark,'-o');hold on; plot(T,df(T),'-r','linewidth',2);
- subplot(3,1,2);
- plot(Tg,gfark,'-d'); hold on; plot(T,df(T),'-r','linewidth',2);

- Yukarıda belirtilen işlemler aşağıda verilen Program ile gerçekleştirilmiştir.
- function asturev(f,df,a,b,n)
- h=(b-a)/n; T=a:h:b;
- Ti=T(1:n);
- Tg=T(2:end);
- Tm=T(2:n);
- ifark=(f(Ti+h)-f(Ti))/h;
- mfark=(f(Tm+h)-f(Tm-h))/(2*h);
- gfark=(f(Tg)-f(Tg-h))/h
- subplot(3,1,1);
- plot(Ti,ifark,'-o');hold on; plot(T,df(T),'-r','linewidth',2);
- subplot(3,1,2);
- plot(Tg,gfark,'-d'); hold on; plot(T,df(T),'-r','linewidth',2);
- subplot(3,1,3);

- Yukarıda belirtilen işlemler aşağıda verilen Program ile gerçekleştirilmiştir.
- function asturev(f,df,a,b,n)
- h=(b-a)/n; T=a:h:b;
- Ti=T(1:n);
- Tg=T(2:end);
- Tm=T(2:n);
- ifark=(f(Ti+h)-f(Ti))/h;
- mfark=(f(Tm+h)-f(Tm-h))/(2*h);
- gfark=(f(Tg)-f(Tg-h))/h
- subplot(3,1,1);
- plot(Ti,ifark,'-o');hold on; plot(T,df(T),'-r','linewidth',2);
- subplot(3,1,2);
- plot(Tg,gfark,'-d'); hold on; plot(T,df(T),'-r','linewidth',2);
- subplot(3,1,3);
- plot(Tm,mfark,'-*'); hold on; plot(T,df(T),'-r','linewidth',2);

Önerilen kaynaklar

- Sewell, G. The numerical solution of ordinary and partial differential equations, Academic Press, 1988.

Önerilen kaynaklar

- Sewell, G. The numerical solution of ordinary and partial differential equations, Academic Press, 1988.
- Coşkun, E. Diferensiyel Denklemler için Sonlu fark yöntemleri, KTÜ Ders Notu.