

GPS lerin Matematiđi

Prof. Dr. Erhan Coşkun

Karadeniz Teknik Üniversitesi,

Fen Fakültesi,

Matematik Bölümü

E-posta:erhan@ktu.edu.tr

Uygulamalı Matematik Seminerleri: Güncel Hayatta Matematik

8 Kasım, 2018

- GPS ler

- GPS ler
- İki boyutta konum belirleme problemi

- GPS ler
- İki boyutta konum belirleme problemi
- **Hatalı veriler**

- GPS ler
- İki boyutta konum belirleme problemi
- Hatalı veriler
- **Hata içermeyen veriler**

- GPS ler
- İki boyutta konum belirleme problemi
- Hatalı veriler
- Hata içermeyen veriler
- $F(x)=0$ denklem(veya sistemi) için Newton Yöntemi

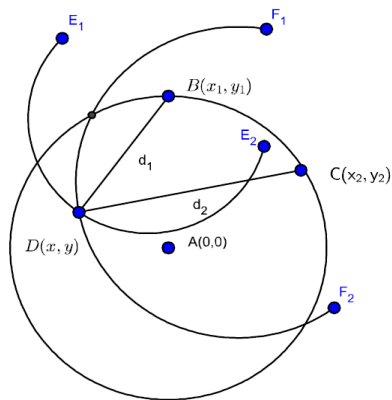
- GPS ler
- İki boyutta konum belirleme problemi
- Hatalı veriler
- Hata içermeyen veriler
- $F(x)=0$ denklem(veya sistemi) için Newton Yöntemi
- **GPS tipli uygulamalar**

- Uydular(Askeri, Meteoroloji, Haberleşme, GPS)

- Uydular(Askeri, Meteoroloji, Haberleşme, GPS)
- GPS uyduları:Yeryüzünden 20-30km yükseklikte belirli yörüngelerde hareket ederek sinyal gönderirler.

- Uydular(Askeri, Meteoroloji, Haberleşme, GPS)
- GPS uyduları:Yeryüzünden 20-30km yükseklikte belirli yörüngelerde hareket ederek sinyal gönderirler.
- Gönderilen sinyal, sinyali gönderen uydunun konumu ve sinyalin gönderildiği zaman bilgisini içerir[1,2].

Prototip Problem



$$(x - x_1)^2 + (y - y_1)^2 = d_1^2$$

$$(x - x_2)^2 + (y - y_2)^2 = d_2^2$$

Örnek 1

Örnek 1

$O(0,0)$ olarak belirtilen bir şehrin 5 birim kuzeyine olan uzaklığımız $\sqrt{17}$ birim ve aynı şehrin 5 birim doğusuna olan uzaklığımız ise $\sqrt{37}$ birim olarak tahmin edilmiştir. $O(0,0)$ konumlu şehrin batısında olduğumuzu bildiğimize göre, bulunduğumuz $P(x,y)$ konumunu belirleyiniz.

Örnek 1

$O(0,0)$ olarak belirtilen bir şehrin 5 birim kuzeyine olan uzaklığımız $\sqrt{17}$ birim ve aynı şehrin 5 birim doğusuna olan uzaklığımız ise $\sqrt{37}$ birim olarak tahmin edilmiştir. $O(0,0)$ konumlu şehrin batısında olduğumuzu bildiğimize göre, bulunduğumuz $P(x,y)$ konumunu belirleyiniz.

- $O(0,0)$ in 5 kilometre kuzeyinin koordinatları olan $A(0,5)$ noktası ile $P(x,y)$ noktası arasındaki uzaklıktan

$$(x - 0)^2 + (y - 5)^2 = 17$$

elde ederiz.

Örnek 1

$O(0,0)$ olarak belirtilen bir şehrin 5 birim kuzeyine olan uzaklığımız $\sqrt{17}$ birim ve aynı şehrin 5 birim doğusuna olan uzaklığımız ise $\sqrt{37}$ birim olarak tahmin edilmiştir. $O(0,0)$ konumlu şehrin batısında olduğumuzu bildiğimize göre, bulunduğumuz $P(x,y)$ konumunu belirleyiniz.

- $O(0,0)$ in 5 kilometre kuzeyinin koordinatları olan $A(0,5)$ noktası ile $P(x,y)$ noktası arasındaki uzaklıktan

$$(x - 0)^2 + (y - 5)^2 = 17$$

elde ederiz.

- $O(0,0)$ in 5 kilometre doğusunun koordinatları olan $B(5,0)$ noktası ile $P(x,y)$ noktası arasındaki uzaklıktan

$$(x - 5)^2 + y^2 = 37$$

Örnek 1

$O(0,0)$ olarak belirtilen bir şehrin 5 birim kuzeyine olan uzaklığımız $\sqrt{17}$ birim ve aynı şehrin 5 birim doğusuna olan uzaklığımız ise $\sqrt{37}$ birim olarak tahmin edilmiştir. $O(0,0)$ konumlu şehrin batısında olduğumuzu bildiğimize göre, bulunduğumuz $P(x,y)$ konumunu belirleyiniz.

- $O(0,0)$ in 5 kilometre kuzeyinin koordinatları olan $A(0,5)$ noktası ile $P(x,y)$ noktası arasındaki uzaklıktan

$$(x - 0)^2 + (y - 5)^2 = 17$$

elde ederiz.

- $O(0,0)$ in 5 kilometre doğusunun koordinatları olan $B(5,0)$ noktası ile $P(x,y)$ noktası arasındaki uzaklıktan

$$(x - 5)^2 + y^2 = 37$$

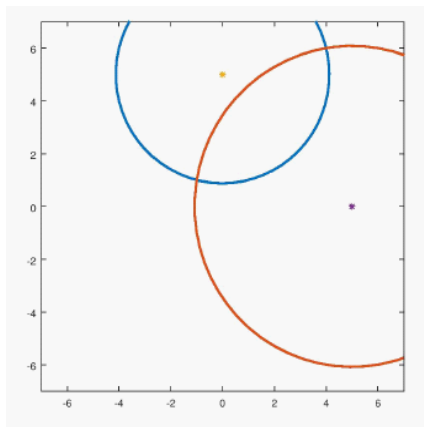
- $P(x,y)$ konumumuz bu iki çemberin arakesiti üzerinde olmalıdır

Örnek 1

- İlgili sistemi çözerek, $P(4, 6)$, $P(-1, 1)$ olarak belirlenen iki muhtemel konumumuz olabileceğini görürüz.

Örnek 1

- İlgili sistemi çözerek, $P(4, 6)$, $P(-1, 1)$ olarak belirlenen iki muhtemel konumumuz olabileceğini görürüz.
- Ancak $O(0, 0)$ konumlu şehrin batısında olduğumuzu bildiğimize göre, konumumuz $P(-1, 1)$ olmalıdır.



Örnek 2

Örnek 2

A(1,1,1) konumuna olan uzaklığımız $\sqrt{2}$ birim; B(1,-1,1) konumuna olan uzaklığınız $\sqrt{2}$ birim ve C(-1,1,1) konumuna olan uzaklığınız $\sqrt{10}$ birim ise P(x,y,z) konumunuzu belirleyiniz.

Örnek 2

$A(1,1,1)$ konumuna olan uzaklığımız $\sqrt{2}$ birim; $B(1,-1,1)$ konumuna olan uzaklığınız $\sqrt{2}$ birim ve $C(-1,1,1)$ konumuna olan uzaklığınız $\sqrt{10}$ birim ise $P(x,y,z)$ konumunuzu belirleyiniz.

- $P(x, y, z)$ konumumuzun sırasıyla A , B ve C noktasına olan uzaklıklarını

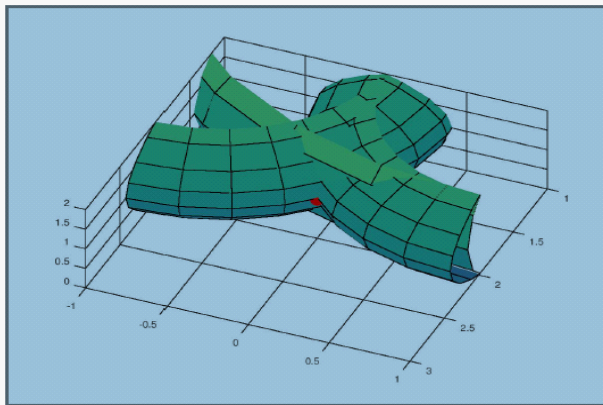
$$(x - 1)^2 + (y - 1)^2 + (z - 1)^2 = 2 \quad (1)$$

$$(x - 1)^2 + (y + 1)^2 + (z - 1)^2 = 2 \quad (2)$$

$$(x + 1)^2 + (y - 1)^2 + (z - 1)^2 = 10 \quad (3)$$

sistemini çözerek $P(2, 0, 1)$ olarak elde ederiz.

Örnek 2



Örnek 3(hatalı veri)

Örnek 3

Yukarıda verilen örnek 1 deki konumumuzu doğrulamak için $O(0,0)$ konumlu şehrin 5 birim güneyinden gönderilen sinyal ile bu noktaya olan uzaklığımız 6 birim olarak belirlenmiş olsun. Bu durumda yukarıda belirlediğiniz konum doğru mudur? Değilse gerçek konumumuz nedir?

- $O(0,0)$ ın 5 birim güneyinin koordinatları olan $C(0,-5)$ noktası ile $P(x,y)$ noktası arasındaki uzaklıktan

$$x^2 + (y + 5)^2 = 36$$

elde ederiz. Örnek 1 ile tahmin edilen $P(-1,1)$ konumu bu denklemi sağlamamaktadır, çünkü

$$(-1)^2 + 6^2 = 37 \neq 36$$

dır.

Örnek 3(Hatalı veri)

- Grafiksel olarak ta

$$(x - 0)^2 + (y - 5)^2 = 17$$

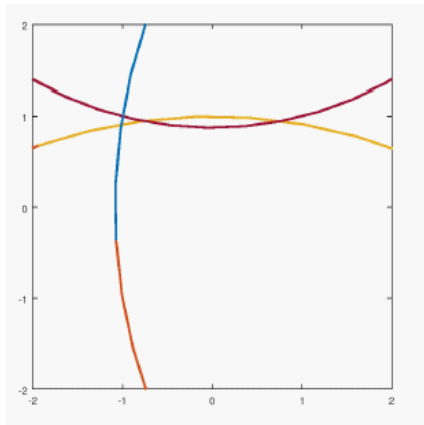
$$(x - 5)^2 + y^2 = 37$$

$$x^2 + (y + 5)^2 = 36$$

çemberlerinin ortak bir arakesit noktasına sahip olmadığını görebiliriz:

Örnek 3(Hatalı Veri)

- Çözüm yok!



- Bu durumda c sinyal yayılma hızı ve dt ise GPS uydusu ile GPS cihazı arasındaki küçük t olsa saat senkronizasyon farkı (pozitif veya negatif) olmak üzere

$$d_s = cdt$$

değerine eşit "**senkronizasyon kaynaklı mesafe hesaplama hatası**" mevcut olmalıdır. O halde $P(x, y)$ konumunuz

$$\sqrt{x^2 + (y - 5)^2} + d_s = \sqrt{17} \quad (4)$$

$$\sqrt{(x - 5)^2 + y^2} + d_s = \sqrt{37} \quad (5)$$

$$\sqrt{x^2 + (y + 5)^2} + d_s = 6 \quad (6)$$

sisteminin çözümüdür.

- Bu sistem aşağıdaki gibi de düzenlenebilir:

$$x^2 + (y - 5)^2 - (d_s - \sqrt{17})^2 = 0 \quad (7)$$

$$(x - 5)^2 + y^2 - (d_s - \sqrt{37})^2 = 0 \quad (8)$$

$$x^2 + (y + 5)^2 - (d_s - 6)^2 = 0 \quad (9)$$

(7)-(9) sistemi nonlineer cebirsel sistemdir. Sistem analitik olarak çözülebilir, ancak analitik çözüm çok sayıda köklü terimler içerir.

Sayısal Analiz(yöntem:Newton yöntemi)



$$f(x) = 0$$

denkleminin $x = p$ çözümünü belirlemek amacıyla geliştirilen Newton yöntemini hatırlayalım[3]:

x_0 başlangıç noktası p ye yeterince yakın seçilmek üzere

$$f'(x_n)\Delta x = -f(x_n)$$

$$x_{n+1} = x_n + \Delta x$$

ile tanımlanan $\{x_n\}$ dizisi için

$$\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = p$$

dir.

Sayısal Analiz(yöntem: sistemler için Newton yöntemi)

- Şimdi de Nonlinear sistemler için Newton yöntemini hatırlayalım:
Bu amaçla

$$\begin{aligned}f(x, y, z) &= 0 \\g(x, y, z) &= 0 \\h(x, y, z) &= 0\end{aligned}\tag{10}$$

sistemini gözönüne alalım. Sisteme ait Jacobien matrisi

$$J(x, y, z) = \begin{bmatrix} \partial f / \partial x & \partial f / \partial y & \partial f / \partial z \\ \partial g / \partial x & \partial g / \partial y & \partial g / \partial z \\ \partial h / \partial x & \partial h / \partial y & \partial h / \partial z \end{bmatrix}$$

olarak tanımlanmaktadır. $X = [x \ y \ z]^T$, $F = [f, g, h]^T$ olmak üzere (10) sistemi

$$F(X) = 0\tag{11}$$

biçiminde ifade edilebilir.

- Bu durumda uygun bir $X^{(0)}$ ile Newton yöntemi

$$\begin{aligned} J(X^{(n)})\Delta X &= -F(X^{(n)}) \\ X^{(n+1)} &= X^{(n)} + \Delta X, n = 0, 1, \dots \end{aligned} \tag{12}$$

olarak ifade edilir.

- Girdi: a,b,c uydu verilerini alınız(koordinat ve tahmini mesafe)

- Girdi: a,b,c uydu verilerini alınız(koordinat ve tahmini mesafe)
- Girdi:x0: Tahmini konum ve tahmini mesafe hatasını alınız.

Sayısal Analiz(Algoritma)

- Girdi: a,b,c uydu verilerini alınız(koordinat ve tahmini mesafe)
- Girdi:x0: Tahmini konum ve tahmini mesafe hatasını alınız.
- F: Cozulmesi gereken sistemi tanımlayınız

Sayısal Analiz(Algoritma)

- Girdi: a, b, c uydu verilerini alınız(koordinat ve tahmini mesafe)
- Girdi: x_0 : Tahmini konum ve tahmini mesafe hatasını alınız.
- F: Cozulmesi gereken sistemi tanımlayınız
- J:Sistemin Jakobiyenini tanımlayınız.

- Girdi: a,b,c uydu verilerini alınız(koordinat ve tahmini mesafe)
- Girdi:x0: Tahmini konum ve tahmini mesafe hatasını alınız.
- F: Cozulmesi gereken sistemi tanımlayınız
- J:Sistemin Jakobiyenini tanımlanınız.
- **Newton programını çağırarak konumunuzu belirleyiniz:**
konum=newton(F,J,x0')

- function X1=konumikiboyut(a,b,c,x0)

Sayısal Analiz(kod)

- function X1=konumikiboyut(a,b,c,x0)
- %a=(a1 a2,a3); Birinci uydu konum(a1,a2) ve uyduya olan uzaklık (a3)

Sayısal Analiz(kod)

- function X1=konumikiboyut(a,b,c,x0)
- %a=(a1 a2,a3); Birinci uydu konum(a1,a2) ve uyduya olan uzaklık (a3)
- %b=(b1,b2,b3); İkinci uydu konum(b1,b2) ve uyduya olan uzaklık (b3)

Sayısal Analiz(kod)

- function X1=konumikiboyut(a,b,c,x0)
- %a=(a1 a2,a3); Birinci uydu konum(a1,a2) ve uyduya olan uzaklık (a3)
- %b=(b1,b2,b3); İkinci uydu konum(b1,b2) ve uyduya olan uzaklık (b3)
- %c=(c1,c2,c3); Üçüncü uydu konum(c1,c2) ve uyduya olan uzaklık (c3)

Sayısal Analiz(kod)

- function X1=konumikiboyut(a,b,c,x0)
- %a=(a1 a2,a3); Birinci uydu konum(a1,a2) ve uyduya olan uzaklık (a3)
- %b=(b1,b2,b3); İkinci uydu konum(b1,b2) ve uyduya olan uzaklık (b3)
- %c=(c1,c2,c3);Üçüncü uydu konum(c1,c2) ve uyduya olan uzaklık (c3)
- %x0=[-1 0.4 0.1]';% tahmini konum ve senkronizasyon hatası

Sayısal Analiz(kod)

- function X1=konumikiboyut(a,b,c,x0)
- %a=(a1 a2,a3); Birinci uydu konum(a1,a2) ve uyduya olan uzaklık (a3)
- %b=(b1,b2,b3); İkinci uydu konum(b1,b2) ve uyduya olan uzaklık (b3)
- %c=(c1,c2,c3);Üçüncü uydu konum(c1,c2) ve uyduya olan uzaklık (c3)
- %x0=[-1 0.4 0.1]';% tahmini konum ve senkronizasyon hatası
- $F=@(x) [(x(1)-a(1))^2+(x(2)-a(2))^2-(x(3)-a(3))^2;$
 $(x(1)-b(1))^2+(x(2)-b(2))^2-(x(3)-b(3))^2;$
 $(x(1)-c(1))^2+(x(2)-c(2))^2-(x(3)-c(3))^2];$

- function X1=konumikiboyut(a,b,c,x0)
- %a=(a1 a2,a3); Birinci uydu konum(a1,a2) ve uyduya olan uzaklık (a3)
- %b=(b1,b2,b3); İkinci uydu konum(b1,b2) ve uyduya olan uzaklık (b3)
- %c=(c1,c2,c3); Üçüncü uydu konum(c1,c2) ve uyduya olan uzaklık (c3)
- %x0=[-1 0.4 0.1]'; % tahmini konum ve senkronizasyon hatası
- F=@(x) [(x(1)-a(1))^2+(x(2)-a(2))^2-(x(3)-a(3))^2;
(x(1)-b(1))^2+(x(2)-b(2))^2-(x(3)-b(3))^2;
(x(1)-c(1))^2+(x(2)-c(2))^2-(x(3)-c(3))^2];
- J=@(x) 2*[x(1)-a(1) x(2)-a(2) -x(3)+a(3) ;
x(1)-b(1) x(2)-b(2) -x(3)+b(3) ;
x(1)-c(1) x(2)-c(2) -x(3)+c(3)];

- `function X1=konumikiboyut(a,b,c,x0)`
- `%a=(a1 a2,a3);` Birinci uydu konum(a_1,a_2) ve uyduya olan uzaklık (a_3)
- `%b=(b1,b2,b3);` İkinci uydu konum(b_1,b_2) ve uyduya olan uzaklık (b_3)
- `%c=(c1,c2,c3);` Üçüncü uydu konum(c_1,c_2) ve uyduya olan uzaklık (c_3)
- `%x0=[-1 0.4 0.1]';` % tahmini konum ve senkronizasyon hatası
- `F=@(x) [(x(1)-a(1))^2+(x(2)-a(2))^2-(x(3)-a(3))^2;`
`(x(1)-b(1))^2+(x(2)-b(2))^2-(x(3)-b(3))^2;`
`(x(1)-c(1))^2+(x(2)-c(2))^2-(x(3)-c(3))^2];`
- `J=@(x) 2*[x(1)-a(1) x(2)-a(2) -x(3)+a(3) ;`
`x(1)-b(1) x(2)-b(2) -x(3)+b(3) ;`
`x(1)-c(1) x(2)-c(2) -x(3)+c(3)];`
- `konum=newton(F,J,x0');`

- % Nonlinear sistemler için Newton , f verilen sistem f_p ise jacobiyen matrisidir.

Sayısal Analiz(kod)

- % Nonlinear sistemler için Newton , f verilen sistem fp ise jacobiyen matrisidir.
- `function x1=newton(f,fp,x0)`

Sayısal Analiz(kod)

- % Nonlinear sistemler için Newton , f verilen sistem fp ise jacobiyen matrisidir.
- function x1=newton(f,fp,x0)
- min_tol=1e-5;max_tol=1e5;test=1;sayac=0;max_sayac=50;

Sayısal Analiz(kod)

- % Nonlinear sistemler için Newton , f verilen sistem fp ise jacobiyen matrisidir.
- function x1=newton(f,fp,x0)
- min_tol=1e-5;max_tol=1e5;test=1;sayac=0;max_sayac=50;
- while test

Sayısal Analiz(kod)

- % Nonlinear sistemler için Newton , f verilen sistem fp ise jacobiyen matrisidir.
- function x1=newton(f,fp,x0)
- min_tol=1e-5;max_tol=1e5;test=1;sayac=0;max_sayac=50;
- while test
- sayac=sayac+1;

Sayısal Analiz(kod)

- % Nonlinear sistemler için Newton , f verilen sistem fp ise jacobiyen matrisidir.
- `function x1=newton(f,fp,x0)`
- `min_tol=1e-5;max_tol=1e5;test=1;sayac=0;max_sayac=50;`
- `while test`
- `sayac=sayac+1;`
- `dx=-fp(x0)\textbackslash f(x0);`

Sayısal Analiz(kod)

- % Nonlinear sistemler için Newton , f verilen sistem fp ise jacobiyen matrisidir.
- `function x1=newton(f,fp,x0)`
- `min_tol=1e-5;max_tol=1e5;test=1;sayac=0;max_sayac=50;`
- `while test`
- `sayac=sayac+1;`
- `dx=-fp(x0)\textbackslash f(x0);`
- `x1=x0+dx;`

Sayısal Analiz(kod)

- % Nonlinear sistemler için Newton , f verilen sistem fp ise jacobiyen matrisidir.
- `function x1=newton(f,fp,x0)`
- `min_tol=1e-5;max_tol=1e5;test=1;sayac=0;max_sayac=50;`
- `while test`
- `sayac=sayac+1;`
- `dx=-fp(x0)\textbackslash f(x0);`
- `x1=x0+dx;`
- `fark=norm(x1-x0,inf);`

Sayısal Analiz(kod)

- % Nonlinear sistemler için Newton , f verilen sistem fp ise jacobiyen matrisidir.
- `function x1=newton(f,fp,x0)`
- `min_tol=1e-5;max_tol=1e5;test=1;sayac=0;max_sayac=50;`
- `while test`
- `sayac=sayac+1;`
- `dx=-fp(x0)\textbackslash f(x0);`
- `x1=x0+dx;`
- `fark=norm(x1-x0,inf);`
- `x1norm=norm(x1,inf);`

Sayısal Analiz(kod)

- % Nonlinear sistemler için Newton , f verilen sistem fp ise jacobiyen matrisidir.
- `function x1=newton(f,fp,x0)`
- `min_tol=1e-5;max_tol=1e5;test=1;sayac=0;max_sayac=50;`
- `while test`
- `sayac=sayac+1;`
- `dx=-fp(x0)\textbackslash f(x0);`
- `x1=x0+dx;`
- `fark=norm(x1-x0,inf);`
- `x1norm=norm(x1,inf);`
- `test=(fark>min_tol)&(x1norm<max_tol);`

Sayısal Analiz(kod)

- % Nonlinear sistemler için Newton , f verilen sistem fp ise jacobiyen matrisidir.
- `function x1=newton(f,fp,x0)`
- `min_tol=1e-5;max_tol=1e5;test=1;sayac=0;max_sayac=50;`
- `while test`
- `sayac=sayac+1;`
- `dx=-fp(x0)\textbackslash f(x0);`
- `x1=x0+dx;`
- `fark=norm(x1-x0,inf);`
- `x1norm=norm(x1,inf);`
- `test=(fark>min_tol)&(x1norm<max_tol);`
- `x0=x1`

Sayısal Analiz(kod)

- % Nonlinear sistemler için Newton , f verilen sistem fp ise jacobiyen matrisidir.
- `function x1=newton(f,fp,x0)`
- `min_tol=1e-5;max_tol=1e5;test=1;sayac=0;max_sayac=50;`
- `while test`
- `sayac=sayac+1;`
- `dx=-fp(x0)\textbackslash f(x0);`
- `x1=x0+dx;`
- `fark=norm(x1-x0,inf);`
- `x1norm=norm(x1,inf);`
- `test=(fark>min_tol)&(x1norm<max_tol);`
- `x0=x1`
- `if (sayac==max_sayac)|| (x1norm>=max_tol)`

Sayısal Analiz(kod)

- % Nonlinear sistemler için Newton , f verilen sistem fp ise jacobiyen matrisidir.
- `function x1=newton(f,fp,x0)`
- `min_tol=1e-5;max_tol=1e5;test=1;sayac=0;max_sayac=50;`
- `while test`
- `sayac=sayac+1;`
- `dx=-fp(x0)\textbackslash f(x0);`
- `x1=x0+dx;`
- `fark=norm(x1-x0,inf);`
- `x1norm=norm(x1,inf);`
- `test=(fark>min_tol)&(x1norm<max_tol);`
- `x0=x1`
- `if (sayac==max_sayac)|| (x1norm>=max_tol)`
- `disp('iterasyon iraksaktır');`

Sayısal Analiz(kod)

- % Nonlinear sistemler için Newton , f verilen sistem fp ise jacobiyen matrisidir.
- function x1=newton(f,fp,x0)
- min_tol=1e-5;max_tol=1e5;test=1;sayac=0;max_sayac=50;
- while test
- sayac=sayac+1;
- dx=-fp(x0)\textbackslash f(x0);
- x1=x0+dx;
- fark=norm(x1-x0,inf);
- x1norm=norm(x1,inf);
- test=(fark>min_tol)&(x1norm<max_tol);
- x0=x1
- if (sayac==max_sayac)|| (x1norm>=max_tol)
- disp('iterasyon iraksaktır');
- x1=[];

Sayısal Analiz(kod)

- % Nonlinear sistemler için Newton , f verilen sistem fp ise jacobiyen matrisidir.
- function x1=newton(f,fp,x0)
- min_tol=1e-5;max_tol=1e5;test=1;sayac=0;max_sayac=50;
- while test
- sayac=sayac+1;
- dx=-fp(x0)\textbackslash f(x0);
- x1=x0+dx;
- fark=norm(x1-x0,inf);
- x1norm=norm(x1,inf);
- test=(fark>min_tol)&(x1norm<max_tol);
- x0=x1
- if (sayac==max_sayac)|| (x1norm>=max_tol)
- disp('iterasyon iraksaktır');
- x1=[];
- end

Sayısal Analiz(kod)

- % Nonlinear sistemler için Newton , f verilen sistem fp ise jacobiyen matrisidir.
- function x1=newton(f,fp,x0)
- min_tol=1e-5;max_tol=1e5;test=1;sayac=0;max_sayac=50;
- while test
- sayac=sayac+1;
- dx=-fp(x0)\textbackslash f(x0);
- x1=x0+dx;
- fark=norm(x1-x0,inf);
- x1norm=norm(x1,inf);
- test=(fark>min_tol)&(x1norm<max_tol);
- x0=x1
- if (sayac==max_sayac)|| (x1norm>=max_tol)
- disp('iterasyon iraksaktır');
- x1=[];
- end
- end

- (7)-(9) sistemini yukarıda özetlenen Newton yöntemi ve Program ile çözerek aşağıdaki sonuçları elde ederiz.

```
>> a=[0 5 sqrt(17)];b=[5 0 sqrt(37)];c=[0 -5 6];x0=[1 1 0.5];
```

```
>> konumikiboyut(a,b,c,x0)
```

komutu ile

- (7)-(9) sistemini yukarıda özetlenen Newton yöntemi ve Program ile çözerek aşağıdaki sonuçları elde ederiz.

```
>> a=[0 5 sqrt(17)];b=[5 0 sqrt(37)];c=[0 -5 6];x0=[1 1 0.5];
```

```
>> konumikiboyut(a,b,c,x0)
```

komutu ile

- $ans = -1.060987 \quad 0.960097 \quad -0.053796$ elde ederiz. O halde arana konum

$$x = -1.0610, y = 0.9601$$

- (7)-(9) sistemini yukarıda özetlenen Newton yöntemi ve Program ile çözerek aşağıdaki sonuçları elde ederiz.

```
>> a=[0 5 sqrt(17)];b=[5 0 sqrt(37)];c=[0 -5 6];x0=[1 1 0.5];
```

```
>> konumikiboyut(a,b,c,x0)
```

komutu ile

- ans = -1.060987 0.960097 -0.053796 elde ederiz. O halde arana konum

$$x = -1.0610, y = 0.9601$$

- ve senkronizasyon kaynaklı mesafe hesaplama hatası ise $d_s = -0.0538$ dir.

- (7)-(9) sistemini yukarıda özetlenen Newton yöntemi ve Program ile çözerek aşağıdaki sonuçları elde ederiz.

```
>> a=[0 5 sqrt(17)];b=[5 0 sqrt(37)];c=[0 -5 6];x0=[1 1 0.5];
```

```
>> konumikiboyut(a,b,c,x0)
```

komutu ile

- ans = -1.060987 0.960097 -0.053796 elde ederiz. O halde arana konum

$$x = -1.0610, y = 0.9601$$

- ve senkronizasyon kaynaklı mesafe hesaplama hatası ise $d_s = -0.0538$ dir.
- Ölçülen mesafeler: $d_1 = 4.1231, d_2 = 6.0828, d_3 = 6$

- (7)-(9) sistemini yukarıda özetlenen Newton yöntemi ve Program ile çözerek aşağıdaki sonuçları elde ederiz.

```
>> a=[0 5 sqrt(17)];b=[5 0 sqrt(37)];c=[0 -5 6];x0=[1 1 0.5];
```

```
>> konumikiboyut(a,b,c,x0)
```

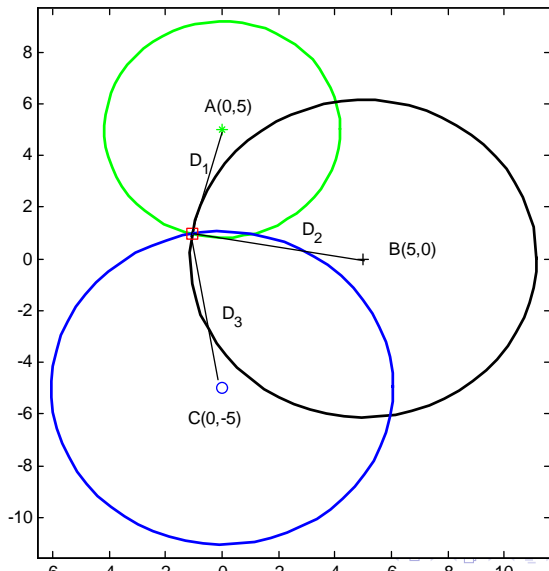
komutu ile

- ans = -1.060987 0.960097 -0.053796 elde ederiz. O halde arana konum

$$x = -1.0610, y = 0.9601$$

- ve senkronizasyon kaynaklı mesafe hesaplama hatası ise $d_s = -0.0538$ dir.
- Ölçülen mesafeler: $d_1 = 4.1231, d_2 = 6.0828, d_3 = 6$
- **Hesaplanan koordinata göre belirlenen gerçek mesafeler:**
 $D_1 = 4.1769, D_2 = 6.1366, D_3 = 6.0538$

Sayısal Analiz(test)



● Teşekkürler!

- Thompson, R. B., Global Positioning System: The mathematics of GPS receivers, Mathematics magazine, Vol. 71/4, 1998.

- Thompson, R. B., Global Positioning System: The mathematics of GPS receivers, Mathematics magazine, Vol. 71/4, 1998.
- Strang, G., Borre, K., Linear Algebra, Geodesy, and GPS, Wellesley Cambridge, 1997.

- Thompson, R. B., Global Positioning System: The mathematics of GPS receivers, Mathematics magazine, Vol. 71/4, 1998.
- Strang, G., Borre, K., Linear Algebra, Geodesy, and GPS, Wellesley Cambridge, 1997.
- Coşkun, E., Endüstriyel Matematik(ders notu)

- Thompson, R. B., Global Positioning System: The mathematics of GPS receivers, Mathematics magazine, Vol. 71/4, 1998.
- Strang, G., Borre, K., Linear Algebra, Geodesy, and GPS, Wellesley Cambridge, 1997.
- Coşkun, E., Endüstriyel Matematik(ders notu)
- Coşkun, E., Octave Uygulamalı Sayısal Analiz(ders notu)